

文章编号: 1000-7598 (2011) 08-2397-06

复合地基单元体弹性解析解与 Priebe 法的比较

张仪萍¹, 饶勤波¹, 王 洋¹, 李 涛²

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310058; 2. 浙江水利水电专科学校, 杭州 310018)

摘 要: 基于复合地基等应变条件下应力和位移的精确解, 得到了桩土应力比、沉降比、径向位移和桩土侧压力系数等的计算公式。分析了它们随桩土压缩模量比和置换率的变化规律, 并在分析过程中与 Priebe 法做了比较, 详细分析了 Priebe 法中所做假设对计算结果的影响。分析表明, Priebe 法中忽略桩体体积应变的假设会带来较大的误差, 而针对径向变形计算和桩土侧压力系数的假定由于影响的相互抵消作用, 其综合影响不一定很大。

关 键 词: 复合地基; 解析解; Priebe 法; 应力比; 沉降比

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Comparison between Priebe's method and elastic analytical solution of unit cell for composite foundations

ZHANG Yi-ping¹, RAO Qin-bo¹, WANG Yang¹, LI Tao²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Zhejiang Water Conservancy and Hydropower College, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Based on the analytical solution of stresses and deformations for composite foundations with equal strain assumption, the expressions for stress ratio, settlement ratio, radial displacement and lateral pressure coefficient are obtained. The variations with the ratio of compression modulus and the ratio of area replacement are illustrated and compared with the Priebe's method. The influences of assumptions in Priebe's method on computational results are also analyzed in detail. The analytical results show that the assumption of ignoring volumetric strain of pile should induce obvious errors in Priebe's method; and the composite influences of assumptions of radial displacement computation and lateral pressure coefficients are relatively small as a result of counteracting of each influence.

Key words: composite foundation; analytical solution; Priebe's method; stress ratio; settlement ratio

1 引 言

桩型复合地基是应用非常广泛的软土地基加固技术。迄今已有许多类型的桩型复合地基, 例如碎石桩、水泥搅拌桩、石灰桩等。

单元体模型是由桩体及其加固的桩周土体构成的空间轴对称模型, 是目前多数复合地基计算理论所采用的计算模型。Balaam 和 Booker^[1]将等应变单元体模型分成没有径向变形的单向压缩问题解和没有竖向变形的径向扩张问题解, 根据桩-土交界处径向力连续的条件和竖向力平衡条件, 将两个解叠加得到了等应变单元体的弹性解析解, 并在此基础上推广到弹塑性情况^[2]。Goughnour 和 Bayuk^[3]绘制

了等应变单元体塑性条件下应变折减系数计算曲线。Goughnour^[4]在 Balaam 等的基础上提出了弹性条件下应变折减系数计算曲线。张士乔^[5]采用应力函数法得到了土侧向边界为自由边界时的解。张仪萍等^[6]则采用位移法得到了土侧向边界为已知均布荷载的更一般的单元体模型弹性精确解, 文献[1, 5]的解均为此解的一个特例, 分别对应为单元体侧向边界上位移为 0 和应力为 0 的情况。Priebe^[7]基于单元体模型, 采用平面应变圆柱孔扩张理论, 假定桩体体积不变, 提出了等应变条件下复合地基沉降折减系数的计算方法以及桩土应力比的计算公式。在 Priebe 方法中, 沉降比的推导过程只与面积置换率和桩体的内摩擦角有关, 而后 Priebe 又通过考虑桩

收稿日期: 2010-03-01

第一作者简介: 张仪萍, 男, 1973 年生, 博士, 副教授, 主要从事软基处理、岩土工程数值分析和原位监测等科研工作。E-mail: Zhangyiping@zju.edu.cn

体的压缩性等其他因素, 对此解进行了修正^[8-9]。实践表明, 修正方法更加接近实际。相对于弹性(或弹塑性)解析解, Priebe 法是一种偏于经验的计算方法, 这种方法在工程中得到了广泛的应用。

对于满堂布桩的复合地基而言, 单元体侧向边界上位移为 0 的假设更接近实际。本文基于这一条件下的复合地基单元体模型位移和应力解, 对复合地基桩土应力比、沉降比、径向位移和桩土侧压力系数等作了详细讨论, 分析了置换率和桩土模量比的影响, 并与 Priebe 法做了详细比较。

2 单元体的位移与应力

复合地基单元体模型如图 1 所示, 桩体半径为 a , 单元体半径为 b , 桩长为 H , 桩土顶面作用有均布荷载 p_0 。本文假定: ①桩、土均为各向同性线弹性体; ②桩端支撑在刚性硬土层上; ③桩体和土体满足等应变条件。

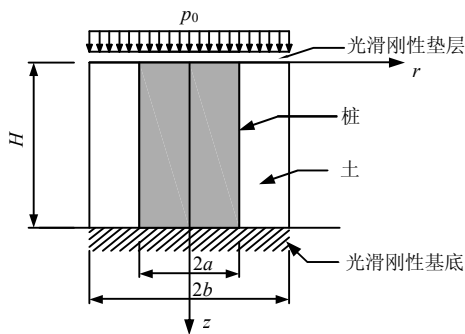


图 1 单元体模型
Fig.1 Unit cell model

假定复合单元体的变形满足等应变条件, 则根据弹性力学空间轴对称位移控制方程, 复合单元体径向位移 u 和竖向位移 w 分别满足以下控制方程^[6]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

相应的边界条件为: ① $r=0$: $u_c=0$; ② $r=a$: $u_c=u_s$, $\sigma_{rc}=\sigma_{rs}$; ③ $r=b$: $u_s=0$; ④ $z=H$: $w=0$ 。式中: u_c 、 u_s 分别为桩体、土体径向位移; σ_{rc} 、 σ_{rs} 分别为桩体、土体径向应力; w 为竖向位移。

由式 (1)、(2) 和相应的边界条件, 可得桩、土位移的表达式为

$$u_c = \frac{(mf_1 - f_3)(1-\alpha)p_0}{CE_{soed}} r \quad (3)$$

$$w_c = w_s = \frac{[(1-\alpha)mf_2 + (1+\alpha)f_4 - 2f_3]p_0}{CE_{soed}} (H-z) \quad (4)$$

$$u_s = \frac{a(mf_1 - f_3)p_0}{CE_{soed}} \left(\frac{a}{r} - \frac{\alpha}{a} r \right) \quad (5)$$

式中: $C = [(1-\alpha)mf_2 + (1+\alpha)f_4 - 2f_3](m\alpha - \alpha + 1) - 2\alpha(1-\alpha)(mf_1 - f_3)^2$; w_c 、 w_s 分别为桩体、土体竖向位移; E_{soed} 为土体的压缩模量; α 为置换率; m 为桩土压缩模量比; $f_1 = \mu_c/(1-\mu_c)$, $f_2 = 1/(1-\mu_c)$, $f_3 = \mu_s/(1-\mu_s)$, $f_4 = 1/(1-\mu_s)$, μ_c 、 μ_s 分别为桩、土的泊松比。

根据应力与位移的关系, 可得应力计算公式为

$$\sigma_{zc} = \frac{p_0}{C} [(1-\alpha)(f_2 - 2f_1^2)m + 2f_1f_3(1-\alpha) + (1+\alpha)f_4 - 2f_3]m \quad (6)$$

$$\sigma_{\theta c} = \sigma_{rc} = \frac{p_0}{C} [(1-\alpha)f_2f_3 + (1+\alpha)f_1f_4 - 2f_1f_3]m \quad (7)$$

$$\sigma_{zs} = \frac{p_0}{C} [m(f_2 - \alpha f_2 + 2\alpha f_1f_3) + (1+\alpha)f_4 - 2\alpha f_3^2 - 2f_3] \quad (8)$$

$$\sigma_{rs} = \frac{p_0}{C} [mf_3(f_2 - \alpha f_2 + 2\alpha f_1) + (1+\alpha)(f_3f_4 - 2f_3^2) + (f_4 - 2f_3)(mf_1 - f_3)\left(\frac{a^2}{r^2} + \alpha\right)] \quad (9)$$

$$\sigma_{\theta s} = \frac{p_0}{C} [mf_3(f_2 - \alpha f_2 + 2\alpha f_1) + (1+\alpha)(f_3f_4 - 2f_3^2) - (f_4 - 2f_3)(mf_1 - f_3)\left(\frac{a^2}{r^2} + \alpha\right)] \quad (10)$$

式中: σ_{zc} 、 σ_{zs} 分别为桩体、土体轴向应力; $\sigma_{\theta c}$ 、 $\sigma_{\theta s}$ 分别为桩体、土体环向应力。

3 Priebe 法简介

为了便于与 Priebe 法进行比较, 在此对 Priebe 法做扼要介绍。Priebe^[7]假定桩体进入主动状态, 侧压力系数等于主动土压力系数, 而土的侧压力系数假定为 1。忽略桩体和土体自重, 则桩土径向应力差为

$$\Delta\sigma_a = \sigma_{zc}K_{ac} - \sigma_{zs} \quad (11)$$

式中: K_{ac} 为桩体主动土压力系数。

在此径向应力差的作用下, 根据有限区域平面应变圆柱孔扩张理论, 即扩张影响范围为单元体区域, 并非无穷远, 桩体径向位移为

$$u_a = \frac{\Delta\sigma_a a (1-\mu_s)(1-\alpha)}{E_{\text{soed}} (1-2\mu_s + \alpha)} \quad (12)$$

假定桩体体积不变, 因桩体竖向压缩减小的体积应等于侧向鼓胀的体积, 由此可得桩体的压缩量为

$$w_{c0} = 2 \frac{u_a}{a} H \quad (13)$$

而土体的压缩量可表示为

$$w_{s0} = \frac{\sigma_{zs}}{E_{\text{soed}}} H \quad (14)$$

在等应变假设下, 桩体压缩量等于土体的压缩量。因此, 根据式 (13)、(14) 相等, 并将式 (11)、(12) 代入可得桩土应力比计算公式

$$n = \frac{\sigma_{zc}}{\sigma_{zs}} = \frac{1/2 + f(\mu_s, \alpha)}{K_{ac} f(\mu_s, \alpha)} \quad (15)$$

$$\text{式中: } f(\mu_s, \alpha) = \frac{(1-\mu_s)(1-\alpha)}{1-2\mu_s + \alpha}.$$

根据竖向力平衡条件有

$$p_0 = \alpha\sigma_{zc} + (1-\alpha)\sigma_{zs} \quad (16)$$

将式 (15) 代入式 (16), 则可得沉降比 (加固前后地基沉降之比) 的计算公式为

$$\beta = 1 + \alpha \left[\frac{1/2 + f(\mu_s, \alpha)}{K_{ac} f(\mu_s, \alpha)} - 1 \right] \quad (17)$$

4 复合地基性状分析

在排水条件下计算最终沉降, 泊松比的变化很小, 一般为 0.33 左右^[8]。因此, 在下面的复合地基性状分析过程中, 只考虑桩土压缩模量比和面积置换率两个因素的影响, 而桩、土的泊松比均取为 0.33。

4.1 桩土应力比

桩土应力比是复合地基设计中极为重要的一个参数。由式 (6)、(8) 可得桩土应力比为

$$n = \frac{m(f_2 - 2f_1^2)(1-\alpha) + 2f_1f_3(1-\alpha) + (1+\alpha)f_4 - 2f_3}{m(f_2 - \alpha f_2 + 2\alpha f_1f_3) + (1+\alpha)f_4 - 2\alpha f_3^2 - 2f_3} m \quad (18)$$

图 2 为式 (15)、(18) 计算的桩土应力比的比较。从图中可知, 本文方法计算的桩土应力比随置换率减小而增大, 而 Priebe 法计算的桩土应力比随置换率的减小而减小。

同时可以看到, 当面积置换率小于 25% 时 (实际工程中复合地基的置换率通常小于 25%), 无论采用哪种计算方法, 桩土应力比随置换率的均变化很小并趋于稳定。在相同置换率的情况下, 桩土应力比随压缩模量比增大而增大, 并且小于压缩模量比。在 Priebe 法中桩土应力比只与桩体材料内摩擦角和土体的泊松比有关, 与桩和土模量没有直接的关联。当桩体材料内摩擦角 φ_c 从 35° 提高到 45° 时 (通常碎石和砂等材料的内摩擦角位于该范围之内), Priebe 法计算的桩土应力比为 5~8。由于桩土压缩模量比一般都在 10 以上, 由图可知, 本文计算的桩土应力一般要大于 Priebe 法估计的结果。当然, 本文单元体模型是假定侧向完全约束的, 这一假设可能导致计算的桩土应力比高于实际。

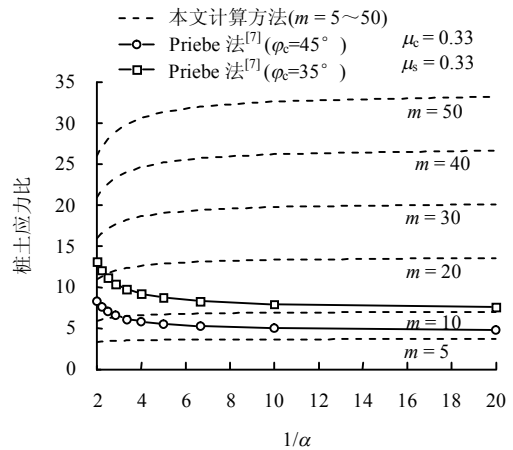


图 2 不同方法的桩土应力比比较

Fig.2 Comparisons of stress ratio estimated by different approaches

4.2 沉降比

地基加固前的沉降可表示为 $p_0 H / E_{\text{soed}}$, 由式 (4) 可得沉降比为

$$\beta = (m\alpha - \alpha + 1) - \frac{2\alpha(1-\alpha)(mf_1 - f_3)^2}{mf_2(1-\alpha) + (1+\alpha)f_4 - 2f_3} \quad (19)$$

显然, 当 $\alpha = 0$ 时, $\beta = 1$; 当 $\alpha = 1$ 时, $\beta = m$ 。从图 3 可以看出, 置换率越大, 沉降比越大, 即复合地基的沉降越小, 且复合地基减小沉降的效果越显著。图 3 也表明, 在一定的沉降比下, 桩土模量较大时可采用较小的置换率, 反之则应采用较大的置换率。

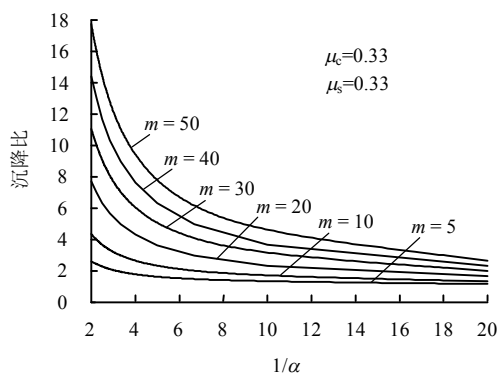


图3 沉降比与置换率的关系图

Fig.3 Relationships between settlement ratio and replacement ratio

根据 Ambily 等^[10]提供的材料参数, 分别采用本文方法和 Priebe 法计算沉降比, 其结果如图 4 所示。从图中可知, 本文计算结果要小于 Priebe 法计算的结果, 当 $\alpha > 0.1$ 时, 两者的差异随置换率增大而迅速增大。其原因主要是, 在 Priebe 法中假定桩体体积不变, 因而计算的沉降会偏小, 沉降比偏大。将 Priebe 法根据桩体压缩性进行修正后^[9], 所得计算结果则与本文结果接近。因此, 可以说 Priebe 法计算的复合地基沉降偏小 (沉降比偏大), 主要是由于该方法采用了桩体体积不变的假设, 忽略了桩体体积的压缩量, 导致计算的沉降偏小。

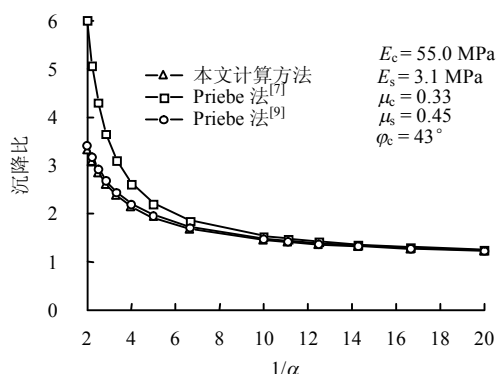


图4 不同方法的沉降比较图

Fig.4 Comparisons of settlement ratio estimated by different approaches

4.3 径向位移

根据式 (5)、(7), 可得到土体径向位移与桩土交界面处径向应力的关系为

$$\frac{u_s E_{\text{soed}}}{a \sigma_{\text{as}}} = \frac{(m f_1 - f_3)(1 - \alpha)}{m [f_2 f_3 (1 - \alpha) + (1 + \alpha) f_1 f_4 - 2 f_1 f_3]} \cdot \left(\frac{a}{r} - \alpha \frac{r}{a} \right) \quad (20)$$

若假定桩土的泊松比相等, 式 (14) 则简化为

$$\frac{u_s E_{\text{soed}}}{a \sigma_{\text{as}}} = \frac{m-1}{2m} (1 - \alpha) \left(\frac{a}{r} - \alpha \frac{r}{a} \right) \quad (21)$$

在 Priebe 法中, 径向位移计算采用的是有限区域平面应变圆柱孔扩张理论, 即

$$\frac{u_s E_{\text{soed}}}{a \sigma_{\text{as}}} = \frac{1 - \mu_s}{1 - 2\mu_s + \alpha} \left(\frac{a}{r} - \alpha \frac{r}{a} \right) \quad (22)$$

式 (22)、(21) 中系数的比值满足如下关系:

$$\frac{1 - \mu_s}{1 - 2\mu_s + \alpha} \frac{2m}{(m-1)(1 - \alpha)} \geq \frac{1 - \mu_s}{1 - 2\mu_s + 1} \frac{2m}{(m-1)(1 - \alpha)} = \frac{m}{(m-1)(1 - \alpha)} > 1 \quad (23)$$

这一关系说明在径向应力相同的情况下, Priebe 法计算的径向位移总是大于本文计算的结果, 图 5 也证实了这一点。从图中可以看出, Priebe 法计算的径向位移远大于本文的计算结果。巧合地是, 由于 Priebe 法估计的桩土应力比比本文结果是偏小的, 使得计算的桩体分担的荷载偏小而土体分担的荷载偏大, 导致桩土径向应力差偏小。在 Priebe 法中, 桩土径向应力差正是用于径向位移计算的扩张应力, 这在一定程度上削减了式 (22) 高估径向位移的影响。从图 5 中还可以看到, 采用本文计算公式时, 桩土压缩模量比对径向位移的影响不是很明显, 当桩土模量比从 5 变化到 50 时, 最大径向位移只变化了约 30%。

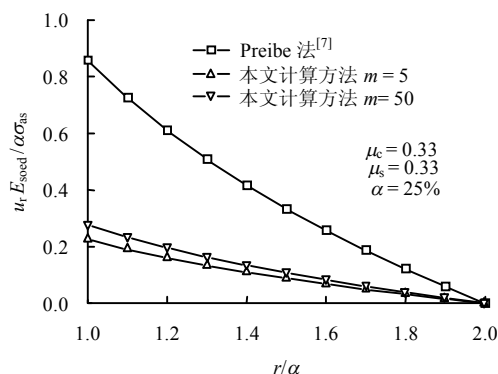


图5 不同方法的径向位移比较

Fig.5 Comparisons of radial displacements calculated by different approaches

4.4 侧压力系数

侧压力系数定义为径向应力与竖向应力的比值。因此, 由式 (6)~(9) 可得桩体和土体的侧压力系数为

$$\frac{1}{K_c} = \frac{(f_2 - 2f_1^2)(1 - \alpha)}{f_2 f_3 (1 - \alpha) + (1 + \alpha) f_1 f_4 - 2f_1 f_3} m + \frac{2f_1 f_3 (1 - \alpha) + (1 + \alpha) f_4 - 2f_3}{f_2 f_3 (1 - \alpha) + (1 + \alpha) f_1 f_4 - 2f_1 f_3} \quad (24)$$

$$\frac{1}{K_s} = \frac{(1 + \alpha) f_4 - 2\alpha f_3^2 - 2f_3}{f_2 f_3 (1 - \alpha) + (1 + \alpha) f_1 f_4 - 2f_1 f_3} \frac{1}{m} + \frac{f_2 - \alpha f_2 + 2\alpha f_1 f_3}{f_2 f_3 (1 - \alpha) + (1 + \alpha) f_1 f_4 - 2f_1 f_3} \quad (25)$$

式中: K_c 、 K_s 分别为桩体和土体的侧压力系数。

在 Priebe 法中, 桩体侧压力系数采用了主动土压力系数, 而土体侧压力系数则等于 1。由图 6 可知, 当桩体的内摩擦角从 35° 变到 45° 时, 桩体的主动土压力系数均大于本文桩土压缩模量比等于 10 左右时对应的侧压力系数。由于桩土压缩模量比一般均在 10 以上, 因此, 本文得到的桩体侧压力系数一般都要比主动土压力系数小。图 6 也说明, 在桩土模量比较小的情况下, 桩体更容易进入主动破坏状态。由图 7 也可看出, 本文方法得到的土体侧压力系数也小于 Priebe 法中所采用的数值 (即等于 1)。由于是同时偏大估计 (与本文方法相比) 了侧

压力系数, 采用径向应力的差值在一定程度上可降低偏大估计侧压力系数的影响。

5 结 论

(1) 基于等应变条件下受侧向约束的单元体应力和位移的精确解答, 得到了复合地基桩土应力比、沉降比、径向位移和侧压力系数等计算的解析表达式。

(2) 与 Priebe 法进行了比较, 本文计算的桩土应力比一般要大于 Priebe 法的计算结果, 而计算的沉降比要小, 与修正 Priebe 法的结果比较接近。在相同径向应力作用下, Priebe 法中按有限区域平面应变圆柱孔扩张理论估计的径向位移远大于本文的计算结果。Priebe 方法中采用的桩体和土体侧压力系数也都大于本文的计算结果。

(3) Priebe 法在实践中得到了广泛的应用, 是一种偏经验的方法。针对该方法在桩体体积变形、桩土侧压力系数等方面所作的假设, 本文将其与精确弹性解做了比较, 分析了这些假设对计算结果产生的影响。Priebe 法中忽略桩体体积应变的假设会带来较大的误差。针对径向变形计算和桩土侧压力系数的假定, 虽然也与理论计算有较大的偏差, 但由于影响相互抵消的原因, 其综合影响可能不是很大。

(4) 本文得到的复合地基桩土应力比、沉降比等解析计算公式都是基于桩、土是线弹性材料以及单元体处于侧限状态等假设之上的, 实际中桩、土都是非线性材料, 单元体也并非完全满足侧限条件。因此, 在应用这些计算公式时, 宜结合实践经验对计算结果的合理性进行判别。虽然由于理论公式的假设条件与实际情况有偏差, 使得这些理论公式的计算结果有偏离, 但其在复合地基的性状定性分析上仍具有较高的理论价值。

参 考 文 献

- [1] BALAAM N P, BOOKER J R. Analysis of rigid rafts supported by granular piles[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1981, 5(4): 379—403.
- [2] BALAAM N P, BOOKER J R. Effect of stone column yield on settlement of rigid foundations in stabilized clay[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1985, 9(4): 331—351.

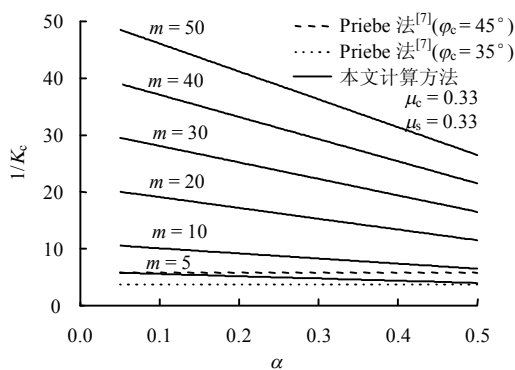


图 6 桩体侧压力系数

Fig.6 Coefficients of earth pressure in pile

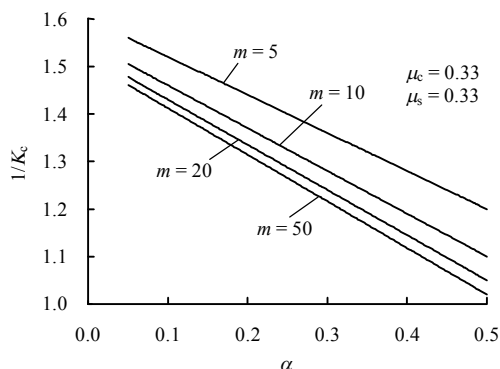


图 7 土体侧压力系数

Fig.7 Coefficients of earth pressure in soil

- [3] GOUGHNOUR R R, BAYUK A A. Analysis of stone column-soil matrix interaction under vertical load[C]// International Conference on Soil Reinforcement: Reinforced Earth and Other Techniques. Paris: Association amicale des ingénieurs anciens élèves de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, 1979: 271—277.
- [4] GOUGHNOUR R R. Settlement of vertically loaded stone columns in soft ground[C]//Proceedings of 8th European Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering. Rotterdam: A. A. Balkema, 1983: 235—240.
- [5] 张土乔. 水泥土的应力应变关系及搅拌桩破坏特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 1992.
- [6] 张仪萍, 王洋, 李涛. 复合地基等效弹性参数研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2106—2110.
- ZHANG Yi-ping, WANG Yang, LI Tao. Study of the equivalent elastic parameters of composite foundations[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(7): 2106—2110.
- [7] PRIEBE H J. Abschätzung des setzungsverhaltens eines durch stopfverdichtung verbesserten baugrundes[J]. **Die Bautechnik**, 1976, 53(5): 160—162.
- [8] PRIEBE H J. Design of vibro replacement[J]. **Ground Engineering**, 2005, 38(1): 25—27.
- [9] PRIEBE H J. The design of vibro replacement[J]. **Ground Engineering**, 1995, 28(12): 31—37.
- [10] AMBILY A P, GANDHI S R. Behavior of stone columns based on experimental and FEM analysis[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2007, 133(4): 405—415.